

FOLHA 04

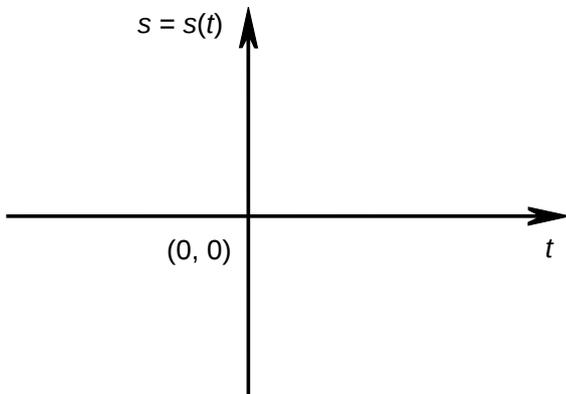
Após esta aula, a lista "Equações Horárias" pode ser feita por completo.

Um corpo move ao longo de uma reta obedecendo a função horária $s(t)$ a seguir:

$$s(t) = -3 + 2t + t^2 \quad (\text{S.I.})$$

Represente nos eixos coordenados abaixo o gráfico da posição do corpo em função do tempo. Represente a posição do corpo quando $t = 0$ e os instantes em que ele passa pela origem das posições, isto é, os instantes em que $s = 0$. Note que teremos tempos negativos, mas você deve se lembrar o que significa tempo negativo...

Usando o gráfico que você obteve, estime a velocidade do



corpo no instante $t = 0$ e quando o corpo passa pela posição $s = 0$.

CÁLCULO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA: MÉTODO ANALÍTICO

Vamos agora ver um método analítico e mais exato que o método gráfico apresentado na aula anterior. Esta aula talvez seja um pouco mais pedante, mas será produtiva...

Primeiro temos que definir o que é velocidade. Você deve se lembrar o que é velocidade média:

$$v_{media} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Lembre-se de que tudo o que é "delta" (Δ) na física é "final menos inicial", ou seja,

$$\Delta s = s_{final} - s_{inicial}$$

e

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

Vamos usar o exercício inicial desta aula para calcularmos a velocidade média do móvel que obedece a equação dada $s(t) = -3 + 2t + t^2$.

Para facilitar cálculos futuros, vamos completar a tabela abaixo com a posição do móvel para cada instante (tabela 1).

Tabela 1: POSIÇÃO DO MÓVEL

Instante $t =$	Posição $s(t) =$
0,0	
1,0	
2,0	
2,5	
3,0	

Como primeiro exercício, vamos calcular a velocidade média do corpo entre os instantes $t = 0$ e $t = 3$:

Q. 01 – VELOCIDADE MÉDIA ENTRE $t = 0$ s E $t = 3$ s

Agora calcule a velocidade média entre os instantes $t = 1$ e $t = 3$:

Q. 02 – VELOCIDADE MÉDIA ENTRE $t = 1$ s E $t = 3$ s

Continuando o raciocínio:

Q. 03 – VELOCIDADE MÉDIA ENTRE $t = 2$ s E $t = 3$ s

Se continuarmos com este raciocínio aproximando cada vez mais cada instantes, podemos obter a tabela 2.

Tabela 2: VELOCIDADE MÉDIA ENTRE t_0 E $t = 3$

$t_0 =$	Velocidade Média
2,5	7,5
2,6	7,6
2,7	7,7
2,8	7,8
2,9	7,9
2,99	7,99
2,999	7,999
2,9999	7,9999
2,99999	7,99999
2,999999	7,999999
2,9999999	7,9999999
2,99999999	7,99999999
2,999999999	7,999999999

Observe que quando t_0 se aproxima de $t = 3$ s o valor obtido na tabela 2 para a velocidade se aproxima de 8 m/s. Em linguagem mais precisa, podemos dizer que quando $\Delta t = t - t_0$ tende a zero (ou $\Delta t \rightarrow 0$) a velocidade tende a 8 m/s. Como estamos escolhendo um intervalo de tempo muito pequeno, podemos considerá-lo praticamente nulo, e portanto podemos dizer que a velocidade NO INSTANTE $t = 3$ s é 8 m/s, isto é, não estamos mais falando de velocidade média, mas sim de velocidade instantânea.

Não podemos ter certeza de que o valor da velocidade instantânea no instante $t = 3$ é exatamente 8 m/s (poderia ser por exemplo exatamente 8,99999999923 m/s), então seria possível encontrar esta velocidade usando algum método analítico? A resposta é sim e veremos agora como proceder.

Calcule a velocidade instantânea para o corpo que obedece a equação $s(t) = -3 + 2t + t^2$ para o instante $t = 3$ s.

Primeiro vamos definir um intervalo de tempo genérico Δt e calculemos a velocidade média entre os instantes t e $t + \Delta t$

Q. 04 – VELOCIDADE MÉDIA ENTRE t E $t + \Delta t$

Usando a equação horária da posição ($s(t) = -3 + 2t + t^2$) podemos escrever que a velocidade média nesse intervalo será:

Q. 05 – VELOCIDADE MÉDIA ENTRE t E $t + \Delta t$

Agora faremos $\Delta t \rightarrow 0$:

Q. 06 – VELOCIDADE MÉDIA PARA $\Delta t \rightarrow 0$

Esta é na verdade a velocidade **instantânea** para um instante t **qualquer!**

Q. 07 – VELOCIDADE INSTANTÂNEA EM FUNÇÃO DE t

Escolhendo $t = 3$ s como exemplo:

Q. 08 – VELOCIDADE INSTANTÂNEA PARA $t = 3$ s

Esta é a velocidade exata do corpo cuja equação da posição foi dada. Agora podemos ver uma regra mais geral para isso: a chamada regra do tombo.

Seja dada a equação horária da posição de um móvel qualquer:

$$s(t) = \sum c_n \cdot t^n$$

isto é, um polinômio, a equação da velocidade será:

Q. 09 – REGRA DO TOMBO

Isto é, o expoente “cai” e multiplicando o coeficiente c_n e subtrai-se 1 do expoente. Veja um exemplo:

É dada a equação: $s(t) = -3 + 2t + t^2$. Determine a equação horária da velocidade desse corpo.

Q. 10 – VELOCIDADE INSTANTÂNEA DA FUNÇÃO

$$s(t) = -3 + 2t + t^2$$

Abaixo segue alguns exercícios para você treinar. Determine para cada caso a equação da velocidade sabendo a equação da posição.

1. $s(t) = 5 - 2t + 4t^2$

2. $s(t) = 5t^{2/3}$

3. $s(t) = \sqrt{t}$